

**I-176**

**B.Sc. (Part-I) Supplementary/Special  
Examination, 2021  
MATHEMATICS**

**Paper - III**

**(Vector Analysis and Geometry)**

*Time Allowed : Three Hours*

*Maximum Marks : 50*

*Minimum Pass Marks : 17*

**नोट :** सभी पाँच प्रश्न हल कीजिए। प्रत्येक इकाई से 'दो' भाग करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**Note :** Answer all five questions. Solution of 'two' parts from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

**इकाई-I / UNIT-I**

**Q. 1.** (a) सिद्ध कीजिए कि :

$$[lmn][abc] = \begin{vmatrix} l \cdot a & l \cdot b & l \cdot c \\ m \cdot a & m \cdot b & m \cdot c \\ n \cdot a & n \cdot b & n \cdot c \end{vmatrix}$$

**I-176**

**P.T.O.**

**I-176**

**(2)**

Prove that :

$$[lmn][abc] = \begin{vmatrix} l \cdot a & l \cdot b & l \cdot c \\ m \cdot a & m \cdot b & m \cdot c \\ n \cdot a & n \cdot b & n \cdot c \end{vmatrix}$$

(b) सिद्ध कीजिए कि सदिश फलन  $a(t)$  का परिमाण अचर

होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध यह है कि

$$a \cdot \frac{da}{dt} = 0.$$

The necessary and sufficient condition that

$a(t)$  is a vector of constants magnitude is

$$a \cdot \frac{da}{dt} = 0.$$

(c) दर्शाइये कि :

$$\operatorname{div} \hat{r} = \frac{2}{r}$$

Show that :

$$\operatorname{div} \hat{r} = \frac{2}{r}$$

(3)

इकाई-II / UNIT-II

- Q. 2. (a) F का वक्र C के परितः परिसंचरण ज्ञात कीजिए, जहाँ  
 $F = yi + zj + xk$  तथा C, वृत्त  $x^2 + y^2 = 1, z = 0$   
है।

Find the circulation of F along the curve C,  
where  $F = yi + zj + xk$  and C is the circle  
 $x^2 + y^2 = 1, z = 0$ .

- (b) समतल में ग्रीन के प्रमेय द्वारा मूल्यांकन कीजिये :

$$\oint_C [x^2ydx - xy^2dy],$$

जहाँ C वृत्त  $x^2 + y^2 = 1$  है।

Use Green's theorem in plane to evaluate :

$$\oint_C [x^2ydx - xy^2dy],$$

where C is the circle  $x^2 + y^2 = 1$ .

- (c) स्टोक्स प्रमेय से सिद्ध कीजिए कि :

$$\oint_C (e^x dx + 2y dy - dz) = 0, \text{ जहाँ}$$

C वक्र  $x^2 + y^2 = 4, z = 2$  है।

(4)

Use Stoke's theorem to prove that :

$$\oint_C (e^x dx + 2y dy - dz) = 0,$$

where curve C is given by  $x^2 + y^2 = 4, z = 0$ .

इकाई-III / UNIT-III

- Q. 3. (a) शांकव  $x^2 - 5xy + y^2 + 8x - 20y + 15 = 0$  का  
अनुरेखण कीजिए। इसके अक्षों के समीकरण भी ज्ञात  
कीजिए।

Trace the conic  $x^2 - 5xy + y^2 + 8x - 20y + 15 = 0$ . Also find the equations of its axes.

- (b) शांकव  $x^2 + 2y^2 = 2$  से संनाभि शांकव का समीकरण  
ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1, 1) से होकर जाता है।

Find the conic confocal with the conic  $x^2 + 2y^2 = 2$   
which passes through the point (1, 1).

- (c) दर्शाइये कि एक शांकव में अर्द्ध-नाभिलम्ब एक नाभिगत  
जीवा के रेखाखण्डों के बीच हरात्मक माध्य होता है।

In a conic prove that the semi-latus rectum is  
the harmonic mean between the segment of  
focal chord.

(5)

इकाई-IV / UNIT-IV

- Q. 4. (a) यदि गोले  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  का कोई स्पर्श समतल निर्देशांकों पर अन्तःखण्ड  $a, b, c$  बनाता हो, तब सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{r^2}$$

If any tangent to the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  marks the intersects  $a, b, c$  on the co-ordinate axes, prove that :

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{r^2}$$

- (b) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष  $(5, 4, 3)$  और आधार वक्र  $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$  है।

Find the equation of cone whose vertex is  $(5, 4, 3)$  and base curve  $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$ .

- (c) वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जिनके पृष्ठ  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  और समतल  $lx + my + nz = 0$  का प्रतिच्छेद वक्र :

(6)

- (1) परवलय  
(2) दीर्घवृत्त  
(3) अतिपरवलय हो।

Find the condition that the curve of intersection of surface  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  and the plane  $lx + my + nz = 0$  is :

- (i) Parabola  
(ii) Ellipse  
(iii) Hyperbola

इकाई-V / UNIT-V

- Q. 5. (a) वह प्रतिबन्ध ज्ञात करो जबकि समतल  $lx + my + nz = 1$  परवलय  $x^2 + y^2 = 2z$  का एक स्पर्शतल है।

Find the condition that the plane  $lx + my + nz = 1$  may be a tangent plane to the paraboloid  $x^2 + y^2 = 2z$ .

(7)

(b) दर्शाइये कि एक दीर्घवृत्त के नाभिगत शांकवों की उत्केन्द्रताओं का गुणनफल इकाई होता है।

Show that the product of eccentricities of focal conics of an ellipsoid is unity.

(c) अतिपरवलयज

$$x^2 + 8y^2 + z^2 - 9yz + 14zx - 16xy - 6x - y + 4z - 2 = 0$$

के बिन्दु (1, 2, 3) पर स्पर्श तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of tangent plane at (1, 2, 3) on the hyperboloid

$$x^2 + 8y^2 + z^2 - 9yz + 14zx - 16xy - 6x - y + 4z - 2 = 0$$

